

3

- Phong'
- ( )
- 가
- 가
- (Ray-tracing) :
- (Radiosity) :

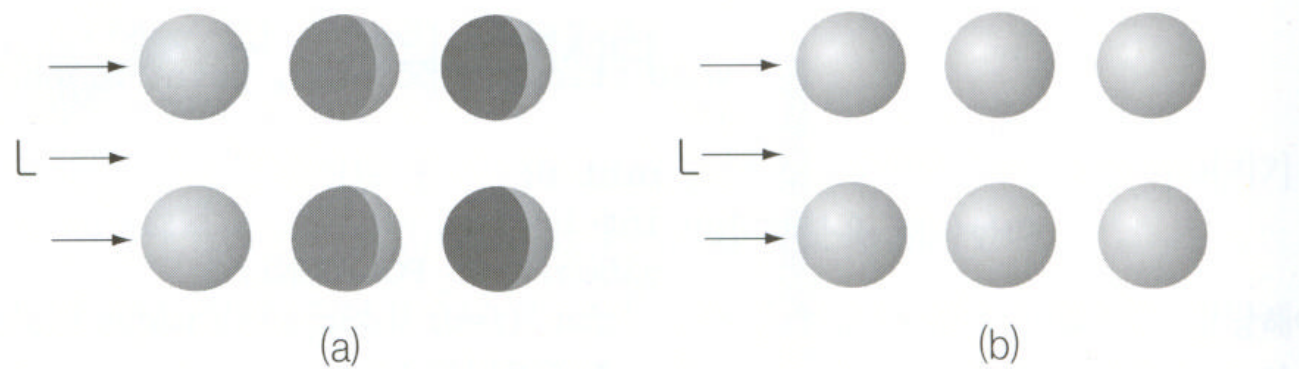


그림 6.41 음영 처리된 구들의 배열 (a) 전역적 조명 모델 (b) 국지적 조명 모델

가

<<

=>

=>

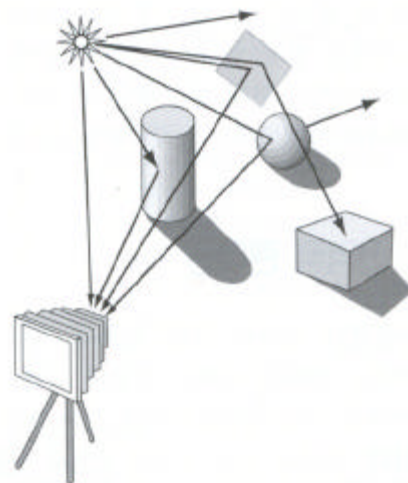


그림 6.42 광원을 떠난 광선

( )

- ( : cast ray)
- 
- clipping
- ( )
- ) 800 x 600
- 
- \_\_\_\_\_ 가 가

How to calculate ?

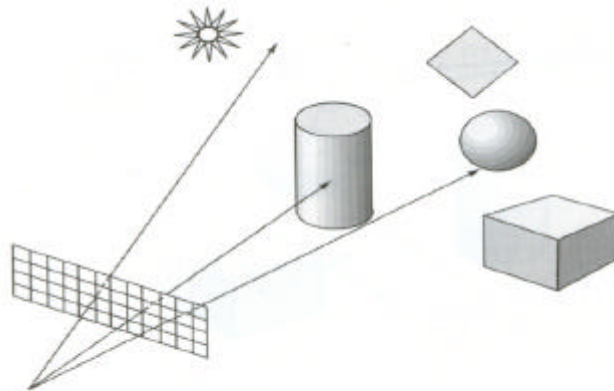
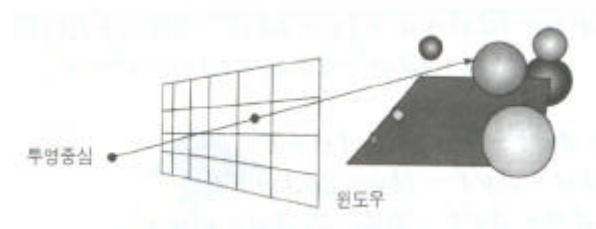


그림 6.43 광선 투사 모형

How to calculate ?



( )

- 가

- ( : shadow ray)

- 

- 

- 

-

- 

:

- 

:

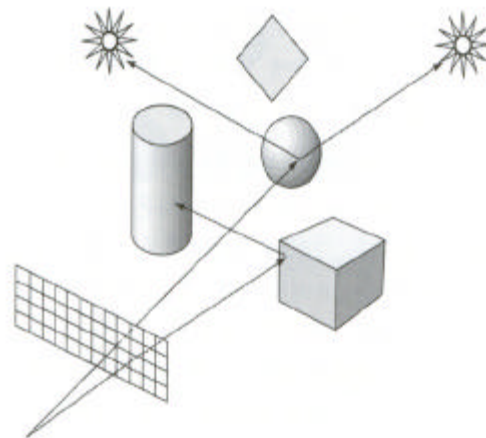


그림 6.44 음영 광선들

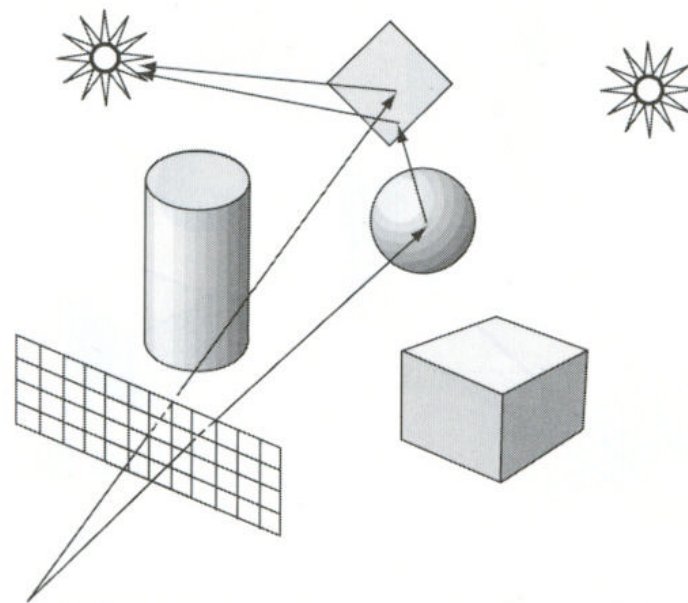


그림 6.45 거울이 있는 광선 추적

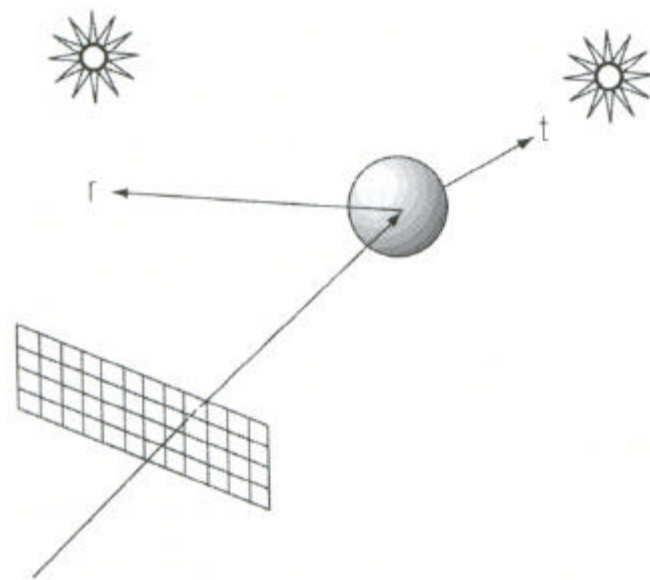


그림 6.46 반사와 투과가 있는 광선 추적

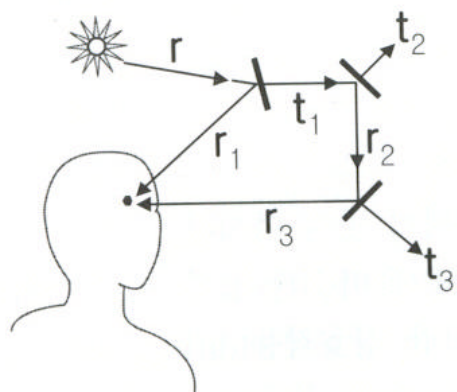


그림 6.47 간단한 광선 추적 환경

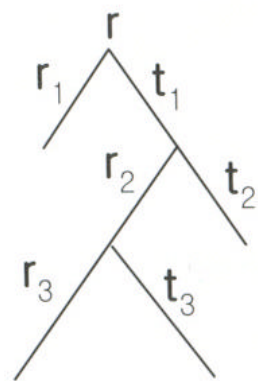


그림 6.48 이전 그림에 대한 광선 트리

# 가

프로그램 13.3 간단한 광선 추적 기법 의사코드

```
select center of projection and window on viewplane;
for ( each scan line in image ){
    for ( each pixel in scan line){
        determine ray from center of projection through pixel;
        for ( each object in scene) {
            if ( object is intersected and is closest considered thus far )
                record intersection and object name;
        }
        set pixel's color to that at closest object intersection;
    }
}
```

광선 추적 기법의 핵심은 광선과 물체의 교차점을 결정하는 작업이다. 이 작업을 위해서 우리는 3장에서 소개된 벡터의 매개변수 표현을 사용한다.  $(x_0, y_0, z_0)$ 로부터  $(x_1, y_1, z_1)$ 까지 잇는 광선의 각 점  $(x, y, z)$ 는 다음을 만족하는  $t$ 값에 의해 정의된다.

$$x = x_0 + t(x_1 - x_0), \quad y = y_0 + t(y_1 - y_0), \quad z = z_0 + t(z_1 - z_0). \quad (13.8)$$

편의상,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta x = x_1 - x_0, \quad \Delta y = y_1 - y_0, \quad \Delta z = z_1 - z_0. \quad (13.9)$$

따라서,

$$x = x_0 + t\Delta x, \quad y = y_0 + t\Delta y, \quad z = z_0 + t\Delta z. \quad (13.10)$$

• 3

$(x_0, y_0, z_0)$ 가 투영 중심이고,  $(x_1, y_1, z_1)$ 가 한 픽셀의 중심이라면 이 두 점 사이에서  $t$ 는 0에서 1사이의 값을 가진다. 음수  $t$ 는 투영 중심 뒤의 점을 나타내는 반면, 1보다 큰  $t$ 는 윈도우 뒤의 점을 나타낸다. 우리는 광선과 물체가 교차하는 지점의  $t$ 를 결정할 수 있도록 하는 물체의 표현식을 찾을 필요가 있다. 이를 결정하기가 가장 쉬운 물체 중 하나가 구 (sphere)로서, 이 때문에 전형적인 광선 추적 이미지에서 구를 자주 볼 수 있다.  $(a, b, c)$ 가 중심이고 반경이  $r$ 인 구는 다음 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2. \quad (13.11)$$

여기에 식 13.10의  $x, y, z$ 의 값을 대입하여 교차점을 찾을 수 있다.

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 + z^2 - 2cz + c^2 = r^2. \quad (13.12)$$

• 3

$$(x_0 + t\Delta x)^2 - 2a(x_0 + t\Delta x) + a^2 + (y_0 + t\Delta y)^2 - 2b(y_0 + t\Delta y) + b^2 + (z_0 + t\Delta z)^2 - 2c(z_0 + t\Delta z) + c^2 = r^2, \quad (13.13)$$

$$\begin{aligned} & x_0^2 + 2x_0\Delta xt + \Delta x^2 t^2 - 2ax_0 - 2a\Delta xt + a^2 \\ & + y_0^2 + 2y_0\Delta yt + \Delta y^2 t^2 - 2by_0 - 2b\Delta yt + b^2 \\ & + z_0^2 + 2z_0\Delta zt + \Delta z^2 t^2 - 2cz_0 - 2c\Delta zt + c^2 = r^2. \end{aligned} \quad (13.14)$$

이는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} & (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)t^2 + 2t[\Delta x(x_0 - a) + \Delta y(y_0 - b) + \Delta z(z_0 - c)] \\ & + (x_0^2 - 2ax_0 + a^2 + y_0^2 - 2by_0 + b^2 + z_0^2 - 2cz_0 + c^2) - r^2 = 0, \end{aligned} \quad (13.15)$$

$$\begin{aligned} & (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)t^2 + 2t[\Delta x(x_0 - a) + \Delta y(y_0 - b) + \Delta z(z_0 - c)] \\ & + (x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 + (z_0 - c)^2 - r^2 = 0, \end{aligned}$$

• 3

$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad (13.17)$$

식 13.10을 대입하면 다음과 같다.

$$A(x_0 + t\Delta x) + B(y_0 + t\Delta y) + C(z_0 + t\Delta z) + D = 0, \quad (13.18)$$

$$t(A\Delta x + B\Delta y + C\Delta z) + (Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D) = 0, \quad (13.19)$$

$$t = - \frac{(Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D)}{(A\Delta x + B\Delta y + C\Delta z)}.$$

• 3

• 3

•

2

-

• 2

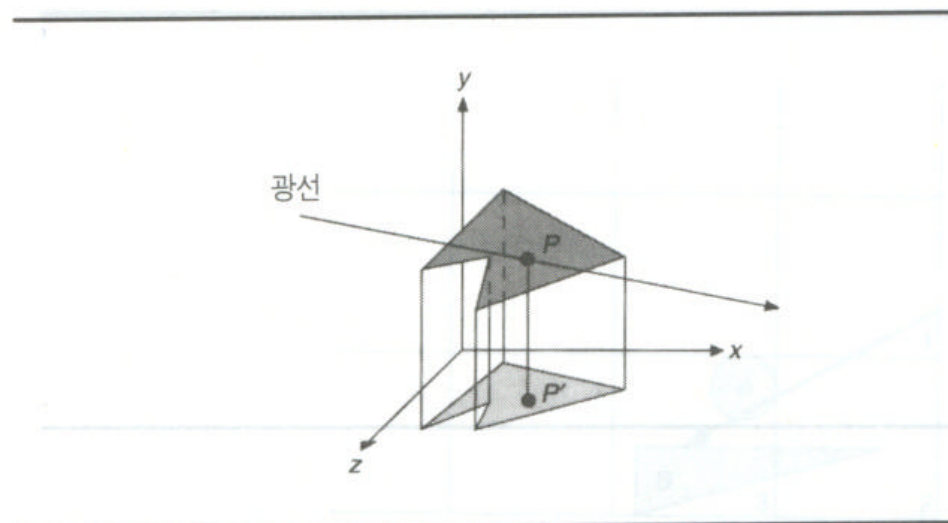
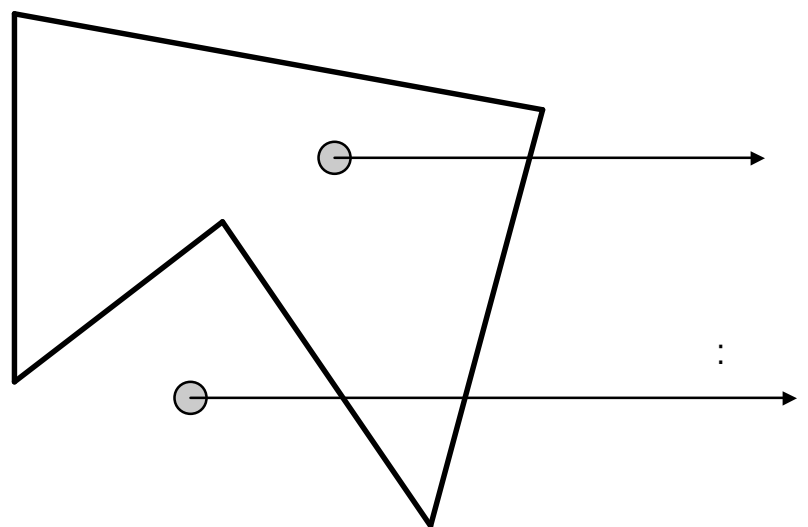


그림 13.17 광선이 다각형과 교차하는가를 결정.

• 2  
•



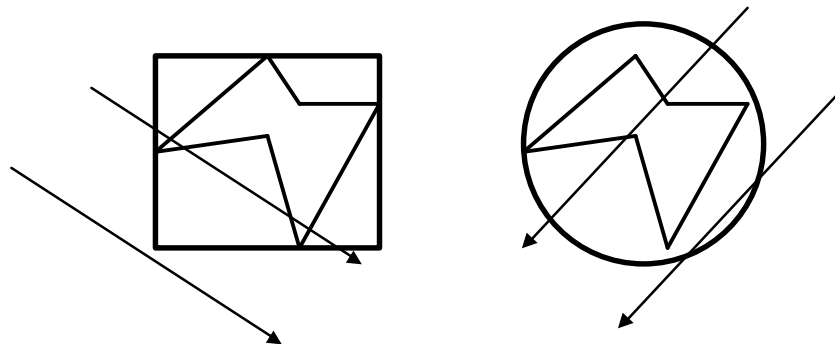
- - 
  -
- - 
  -
- :

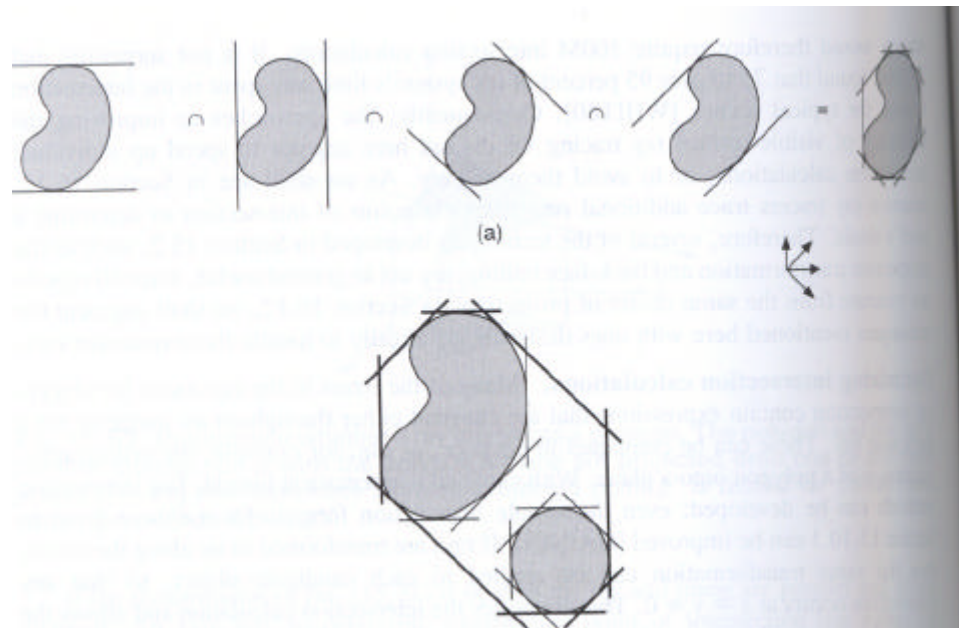
How ?

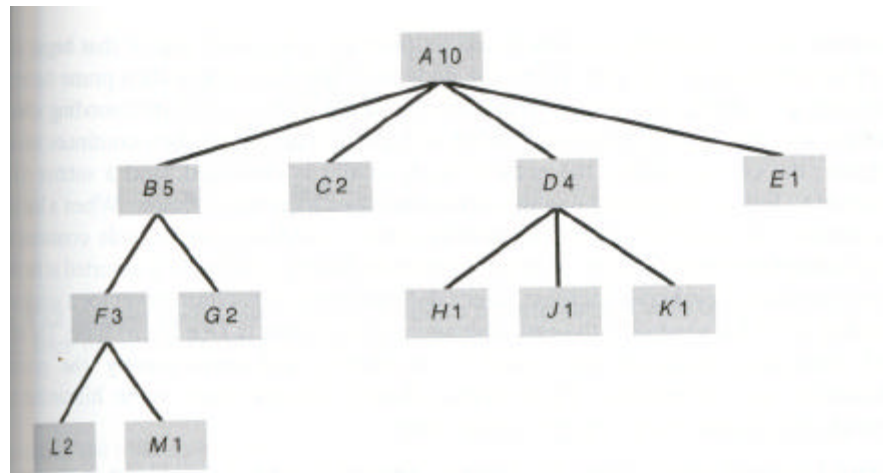
=>

/

- :
- z
- 
- 가  $x=y=0$
- 
- ( : , )
- 
- 







ects) may be trivially rejected. A simple method to traverse the hierarchy is

```

void HIER_traverse (ray r, node n)
{
  if (r intersects n's bounding volume)
    if (n is a leaf)
      intersect r with n's object;
    else
      for (each child c of n)
        HIER_traverse (r, c);
} /* HIER_traverse */
  
```

- (spatial partitioning) .
- .
- .
- ,

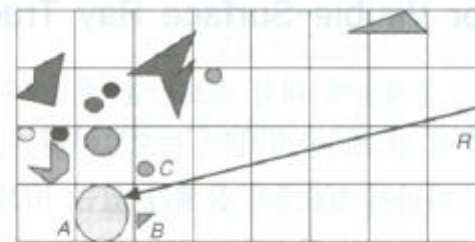
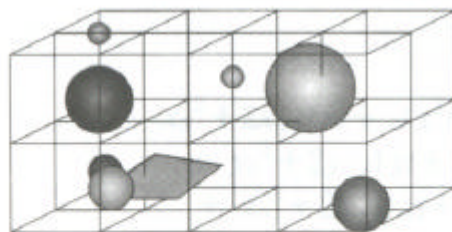
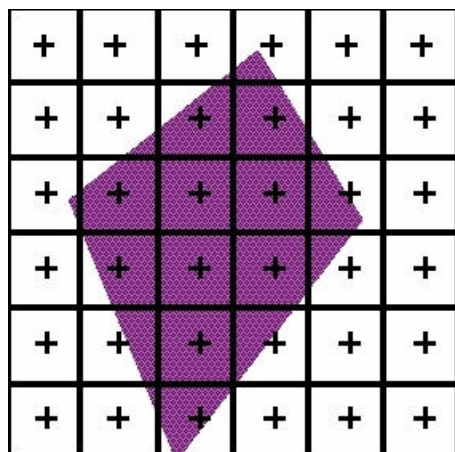
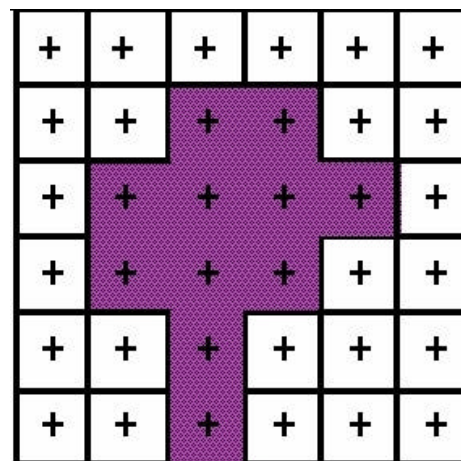


그림 13.18 격자 분할.

: Aliasing



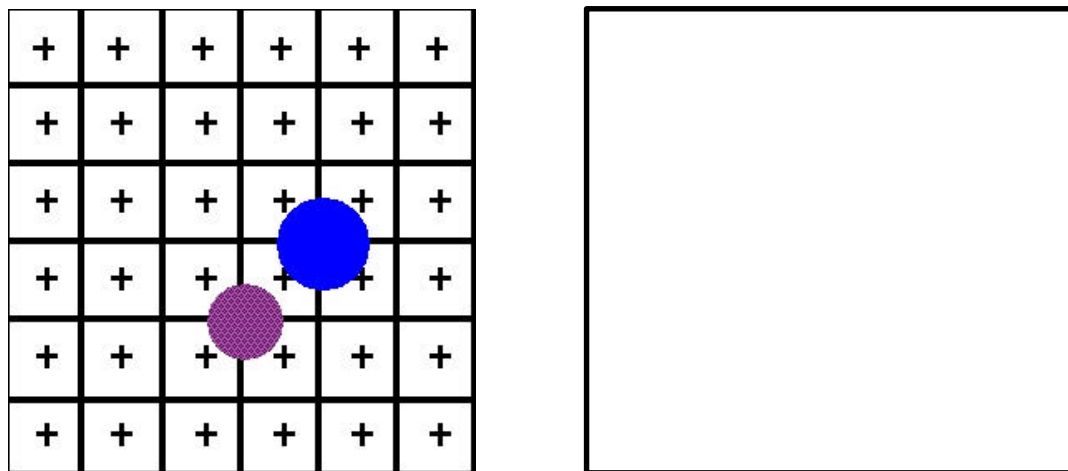
Original shape



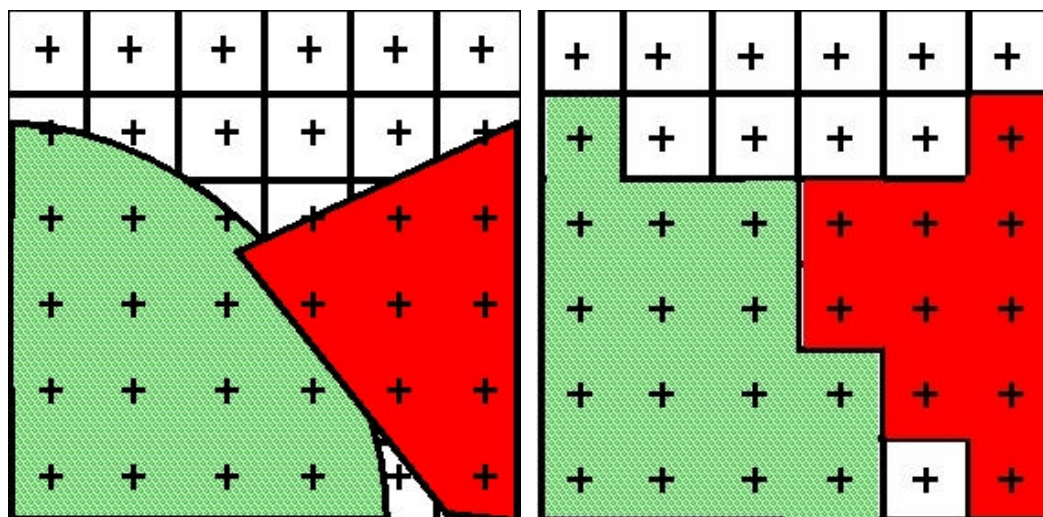
Output image

: Aliasing

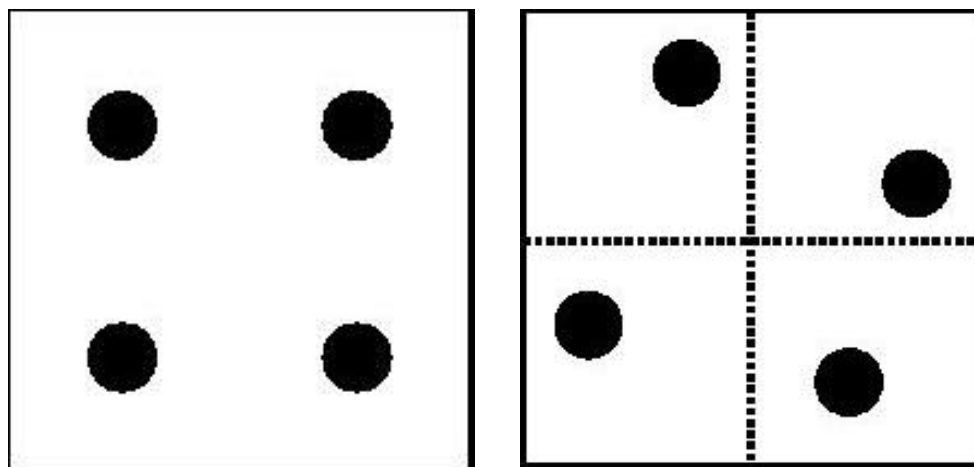
Another problem



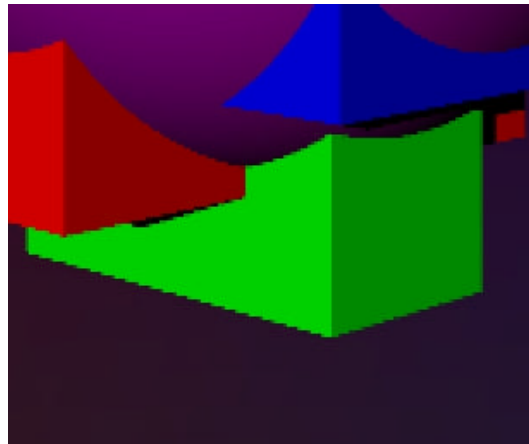
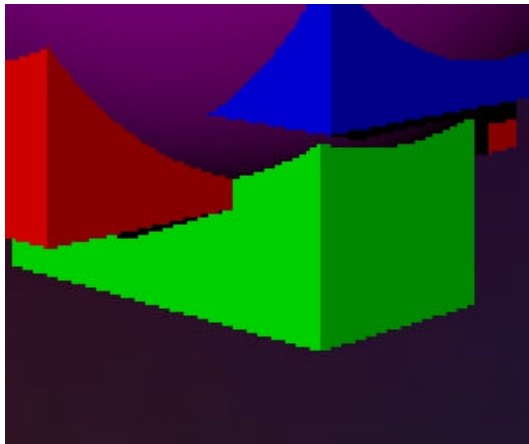
: Aliasing



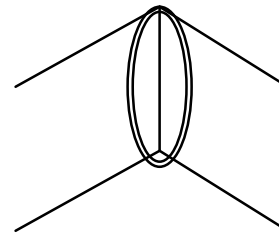
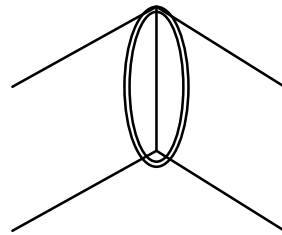
: Super-sampling



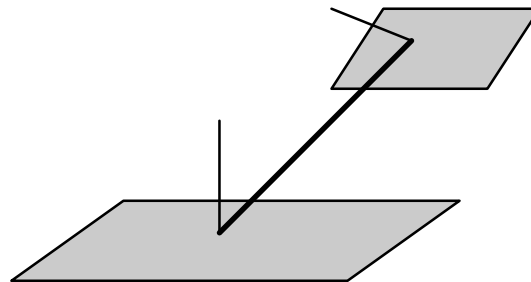
: Super-sampling



- Phong -
- 가



- 가 :
- (radiosity) :
- = +
- :
- : 가 가



$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{1 \leq j \leq n} B_j F_{j-i} \frac{A_j}{A_i} \quad (14.33)$$

$B_i$ 와  $B_j$ 는 패치 i와 j의 방사이고, energy/unit time/unit area(즉, W/m<sup>2</sup>)로 측정된다.

$E_i$ 는 패치 i로부터 빛이 방사되는 비율이고 방사와 같은 단위를 가진다.  $\rho_i$ 는 패치 i의 반사율이고 방향성이 없다.  $F_{j-i}$ 는 무방향성의 형태 인자(form factor) 또는 구성 인자(configuration factor)인데, 이들은 패치 j 전체에서 방출되어 패치 i 전체에 도달하는 에너지 부분을 지정한다. 이때 두 패치의 모양과 상대적 방향 그리고 방해되는 패치의 존재여부가 고려된다.  $A_i$ 와  $A_j$ 는 패치 i와 j의 면적을 나타낸다.

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{1 \leq j \leq n} B_j F_{j-i} \frac{A_j}{A_i} \quad (14.33)$$

식 (14.33)은 표면 단위 면적에서 방출되는 에너지가 방사된 빛과 반사된 빛의 합을 보여준다. 반사된 빛은 입사광의 합을 반사율로 조정함으로써 산정된다. 입사광은 다시, 빛을 받는 패치의 단위 면적에 도달하는 빛의 부분에 의해 조정되는 환경에서 각각의 패치 전체에서 방출되는 빛의 합이다.  $B_j F_{j-i}$ 는 단위 면적  $A_j$ 에서 방출되어 모든  $A_i$ 에 도달하는 빛의 양이다. 그러므로 모든  $A_j$ 에서 방출되어 단위 면적  $A_i$ 에 도달하는 빛을 결정하기 위해 면적비  $A_j/A_i$ 를 곱해야 한다.

편의상, 산란 범위에서의 형태 인자들간에는 간단한 상호관계가 유지된다.

$$A_i F_{i-j} = A_j F_{j-i} .$$

따라서 식 (14.33)은 다음과 같이 단순화될 수 있다.

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{1 \leq j \leq n} B_j F_{i-j} .$$

항들을 재배열하면,

$$B_{i-\rho_i} \sum_{1 \leq j \leq n} B_j F_{i-j} = E_i .$$

$$\begin{bmatrix}
 1 - \rho_1 F_{1-1} & \rho_1 F_{1-2} & \dots & \rho_1 F_{1-n} \\
 -\rho_2 F_{2-1} & 1 - \rho_2 F_{2-2} & \dots & -\rho_2 F_{2-n} \\
 \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\
 -\rho_n F_{n-1} & -\rho_n F_{n-2} & \dots & 1 - \rho_n F_{n-n}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 B_1 \\
 B_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 B_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 E_1 \\
 E_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 E_n
 \end{bmatrix}
 \cdot$$

Cohen과 Greenberg[COHE85]는 차단된 면들에 대한 형태 인자에 근사하도록 이미지 정밀도 가시면 알고리즘을 수정했다. 그림 14.38에 보여진 두 패치를 생각해 보자. 미분 영역  $dA_i$ 에서 미분 영역  $dA_j$ 로 가는 형태 인자는

$$dF_{di-dj} = \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} H_{ij} dA_j . \quad (14.38)$$

이다.

$$F_{di-j} = \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} H_{ij} dA_j . \quad (14.39)$$

가 된다.

마지막으로,  $A_i$ 에서  $A_j$ 로의 형태 인자는 패치 i에 대해 식 (14.39)의 면적 평균이다.

$$F_{i-j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} H_{ij} dA_j dA_i . \quad (14.40)$$

만일 패치의 중심점이 패치의 다른 점들을 대표한다면  $F_{i-j}$ 는 패치 i의 중심에서  $dA_i$ 에 대해 계산된  $F_{di-j}$ 로 근사할 수 있다.

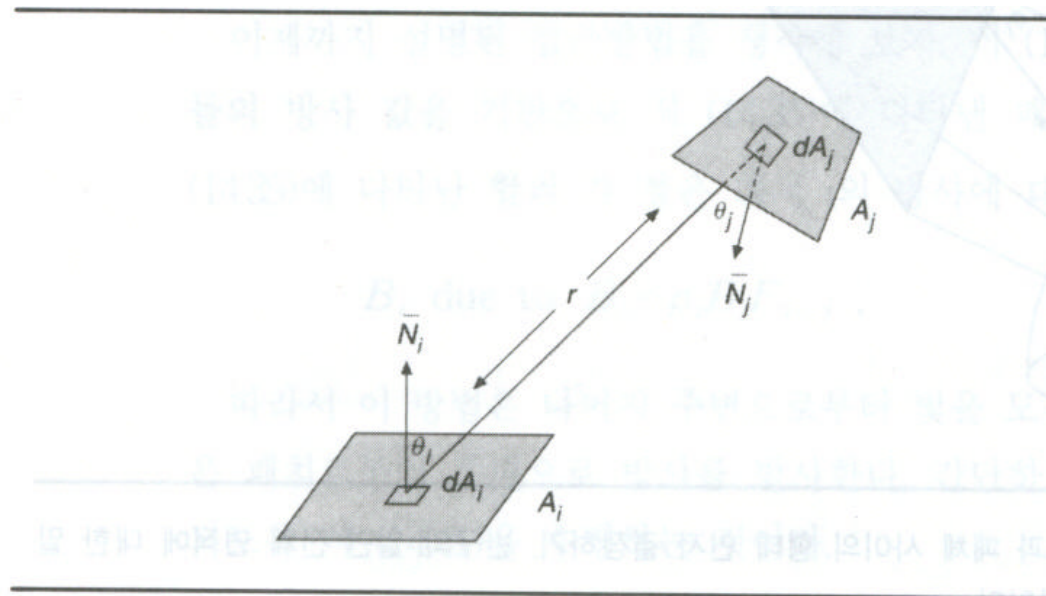


그림 14.38 패치와 미분영역 사이의 형태 인자 구하기.

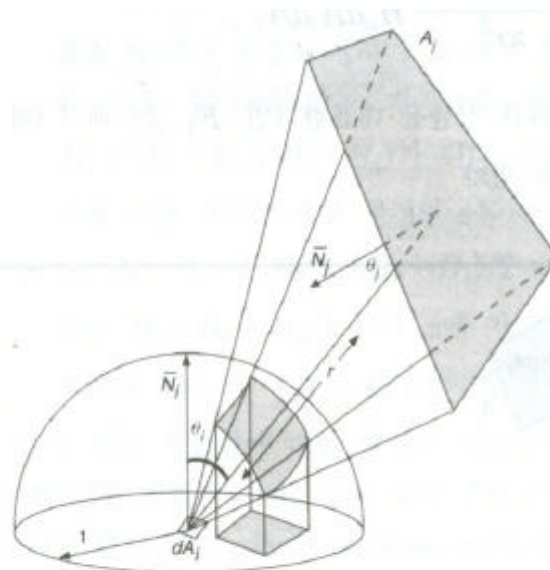


그림 14.39 Nusselt의 방법을 이용하여 미분 영역과 패체 사이의 형태 인자 결정하기. 반구의 밑면 전체 면적에 대한 밑면으로 투영된 면적의 비가 형태 인자이다.

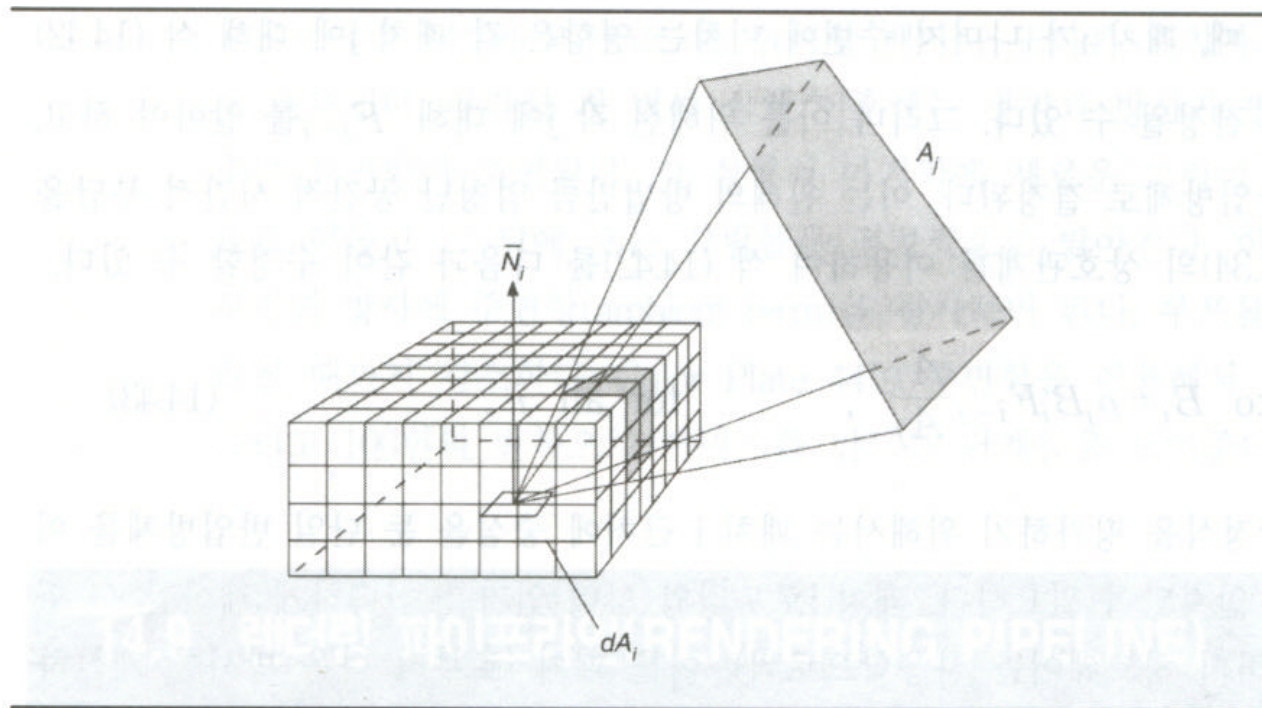


그림 14.40 반입방체는 패치 근처에 중심을 둔 입방체의 상반이다.